

TOPOGRAFIA

NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

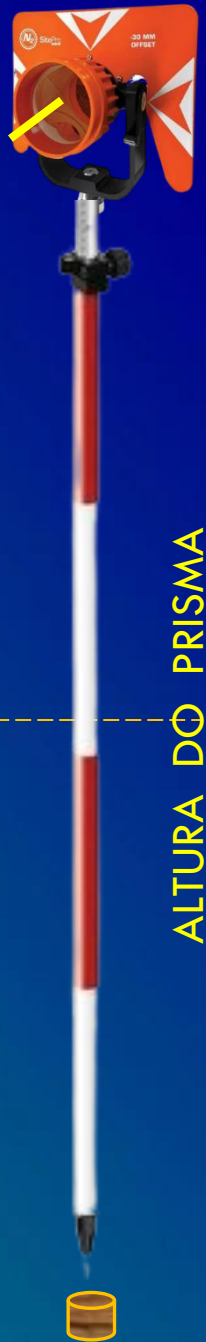
Augusto Uchôa

LABORATÓRIO DE GEOMÁTICA APLICADA
DET/CT/UFC



ALTURA DO APARELHO

ALTURA DO PRISMA



O QUE É NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO?

“Processo de medição de desníveis utilizando instrumentos ópticos e métodos trigonométricos. De forma mais detalhada, o nivelamento trigonométrico é um método de determinação de diferenças de altura entre pontos usando a medição de ângulos verticais e distâncias inclinadas, geralmente com a ajuda de uma estação total”



TOLETÂNCIAS -NBR 13133/2021

As modernas estações totais, a depender do fabricante e dos acessórios usados, permitem medições de grandes distâncias, ultrapassando 1km em cada visada. Embora isso seja um fato, quando se trata de nivelamento trigonométrico, pertencente à classe II, realizado à estação total e prima, a visa máxima recomendada é de 300m. E isto tem uma implicação nas medições, vejamos:

- Quando se realiza nivelamentos trigonométricos de visadas longas, que se realizem dois tipos de correção, a saber:

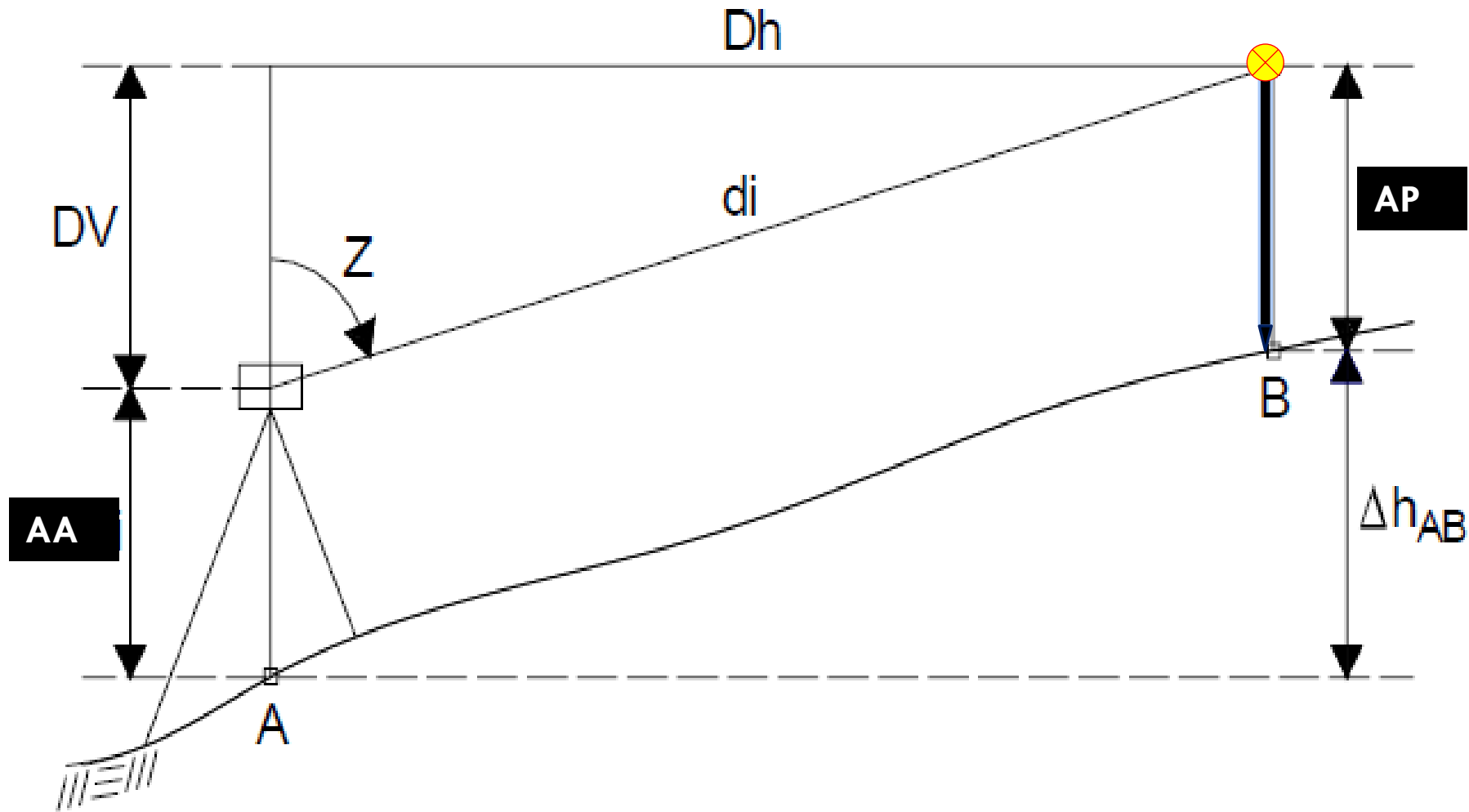
1. Curvatura da terra
2. Refração atmosférica

- Ajuste da constante do prisma, que deve ser informada pelo fabricante, ou aferida em campo e ser usada para ajuste.

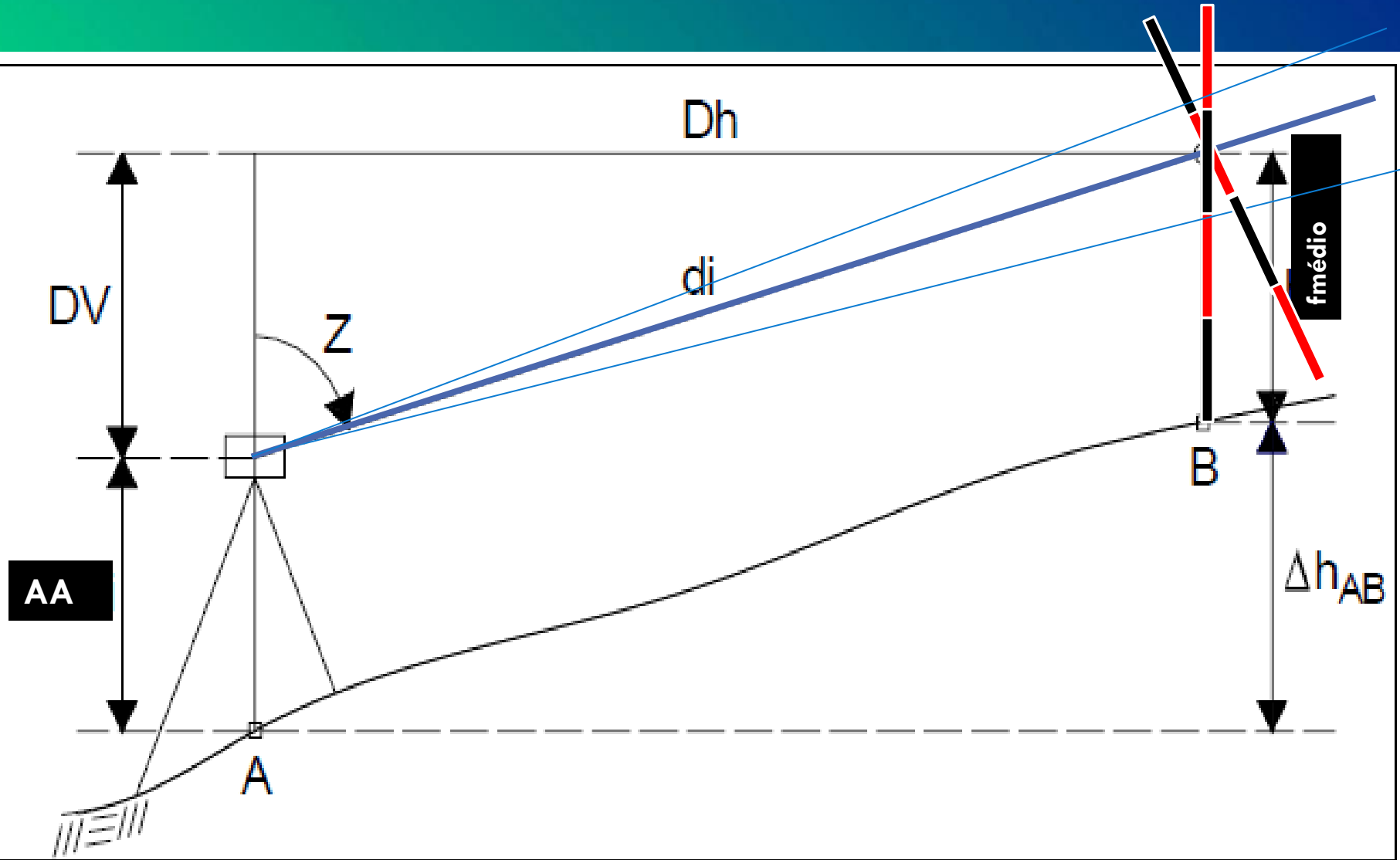
Tabela 6 – Condições para o nivelamento trigonométrico

Classe Método	Instrumento	Visada máxima recomendada m	Tolerância de fechamento K expresso em km	Finalidade
II N Trigonométrico	Teodolito ou estação total classe 1, duas séries de ângulos verticais (visada ré e avante)	300	$120 \text{ mm } \sqrt{K}$	Poligonal principal
	Teodolito ou estação total classe 2, uma série de ângulos verticais (visada ré e avante)	200	$200 \text{ mm } \sqrt{K}$	Rede em área rural
				Poligonal secundária
				Irradiação

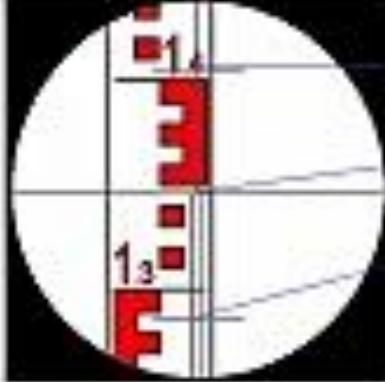
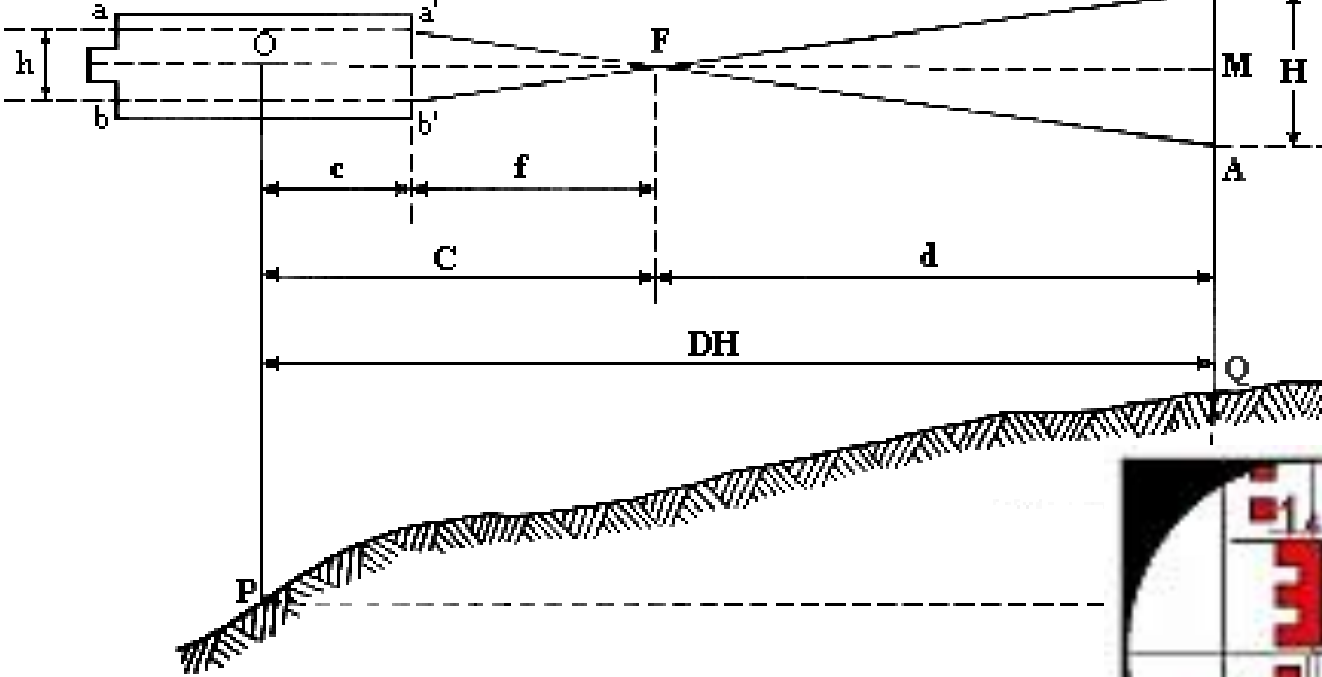
MEDE-SE NO CAMPO



NIVELAMENTO TAQUEOMÉTRICO



SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



1.346

Millimetres

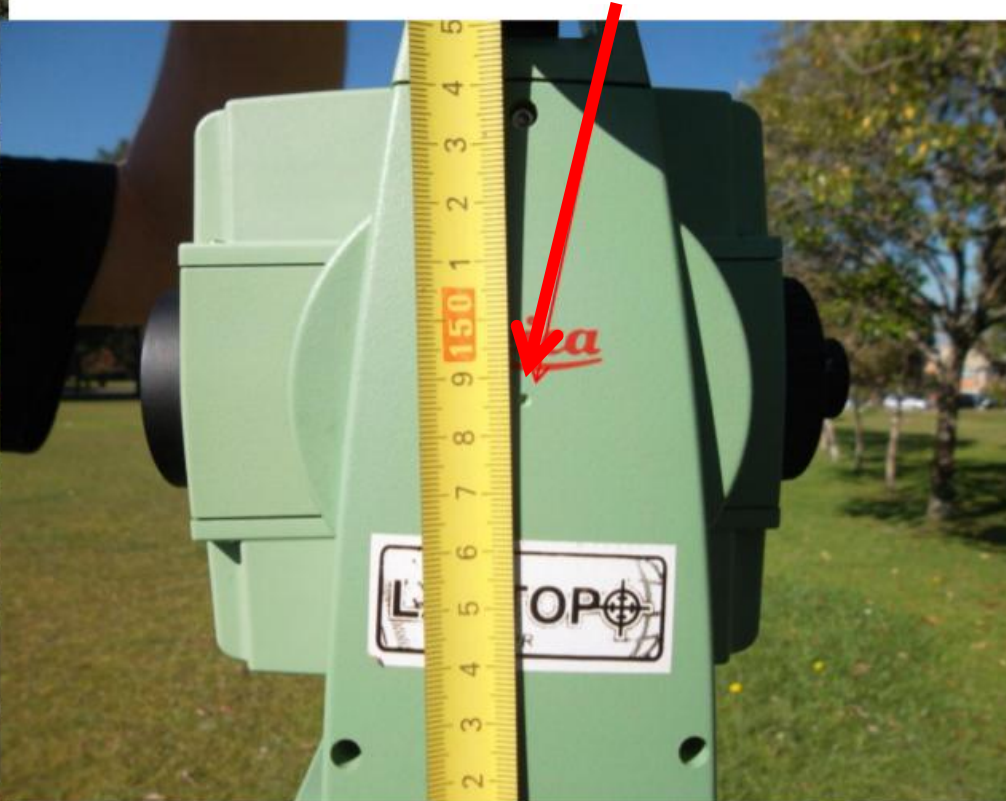
Centimetres

Metros y decímetros



MEDIÇÃO DA ALTURA DO APARELHO (AA)

Até o eixo secundário
(horizontal, de rotação da
luneta)



Altura do Prisma



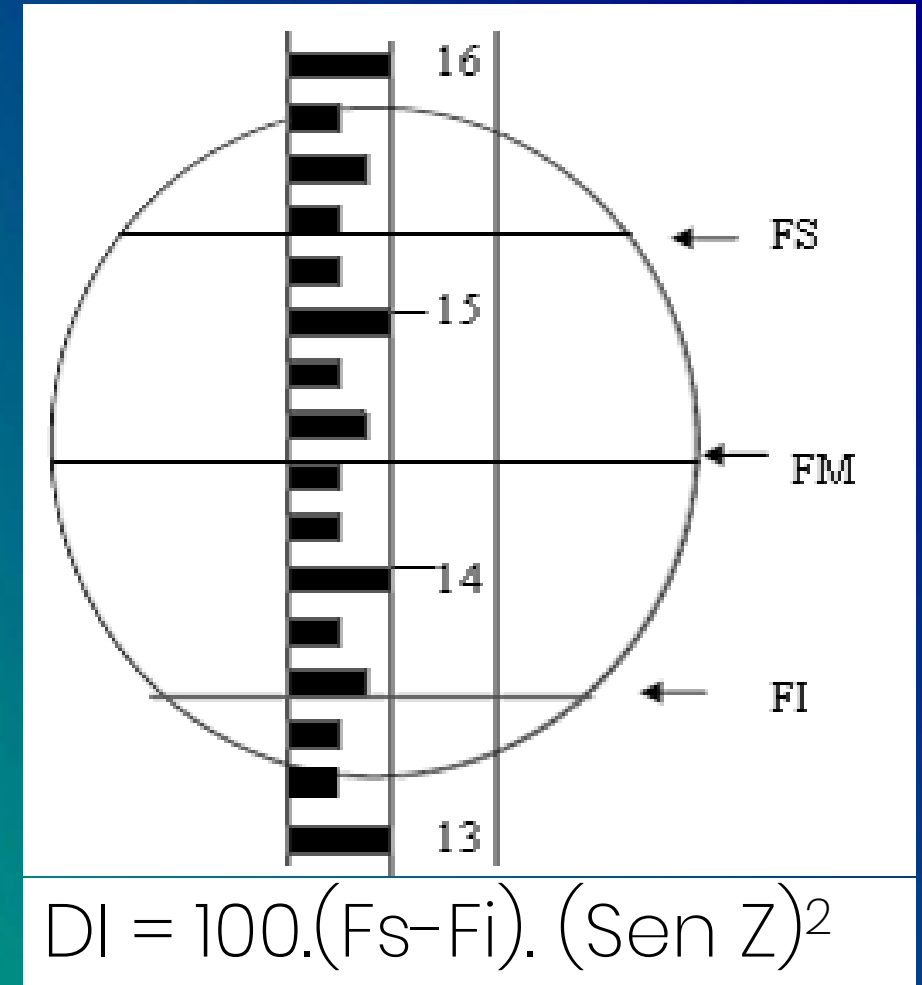
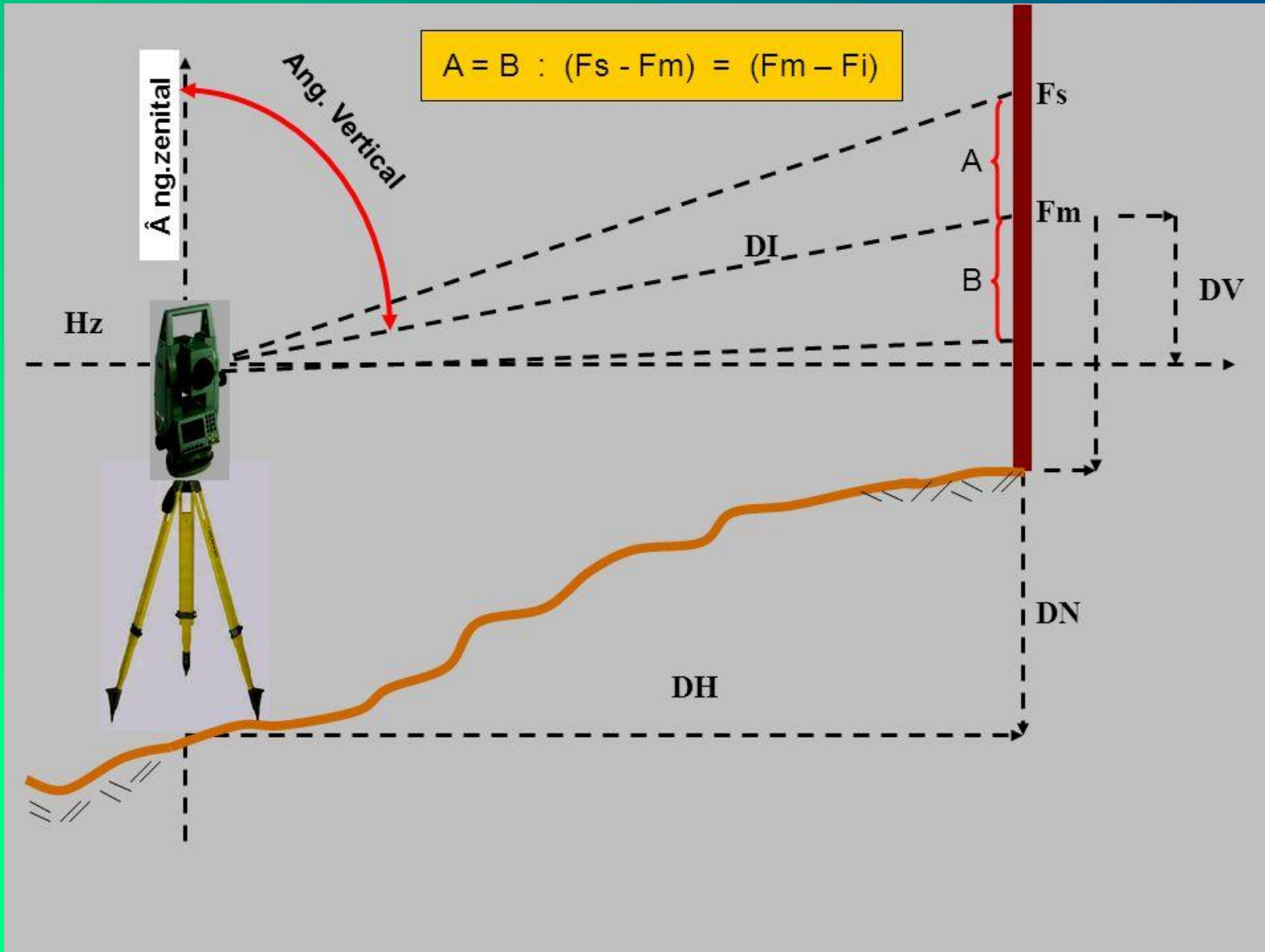
O centro óptico está **acima** do ponto de montagem, assim Soma-se 30 mm à altura.

Ex: bastão com 1,5 m: Constante do prisma = 30mm

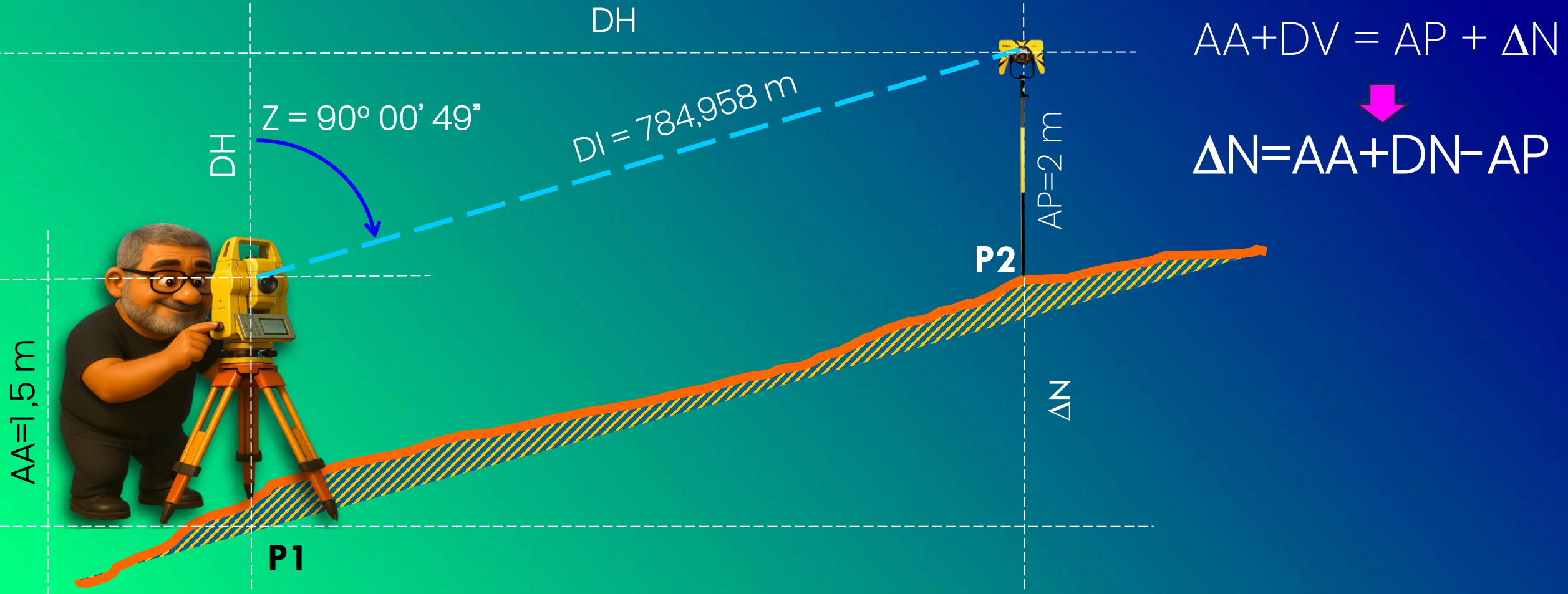
Altura do Prisma = $1,5 + 0,03 = 1,530\text{m}$



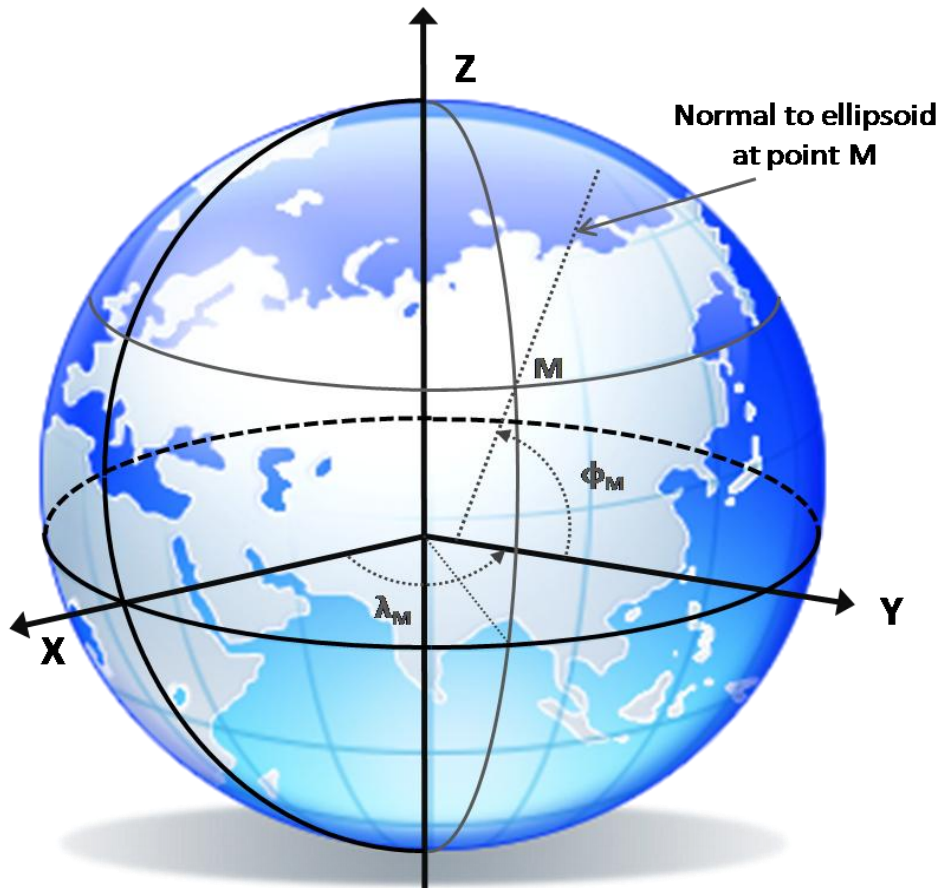
NIVELAMENTO TAQUEOMÉTRICO



Nivelamento Trigonométrico



RAIO MÉDIO DA TERRA ($\phi=3^{\circ} 30'$)



Vamos calcular R_m para $\phi = 3,5^{\circ}$ (FORTALEZA).

Convertendo a latitude para radianos:

$$\phi = 3,5^{\circ} = 3,5 \times \pi / 180 \approx 0,0610865 \text{ radianos}$$

Substituindo os valores na Equação:

$$R_m(3,5^{\circ}) = \sqrt{((R_e^2 \cdot \cos^2(0,0610865) + R_p^2 \cdot \sin^2(0,0610865)) / (\cos^2(0,0610865) + \sin^2(0,0610865)))}$$

Calculando as componentes:

$$\cos(0,0610865) \approx 0,998136$$

$$\sin(0,0610865) \approx 0,061047$$

$$\cos^2(0,0610865) \approx 0,996276$$

$$\sin^2(0,0610865) \approx 0,003725$$

Substituindo os valores:

$$R_e^2 \approx 40.596.549$$

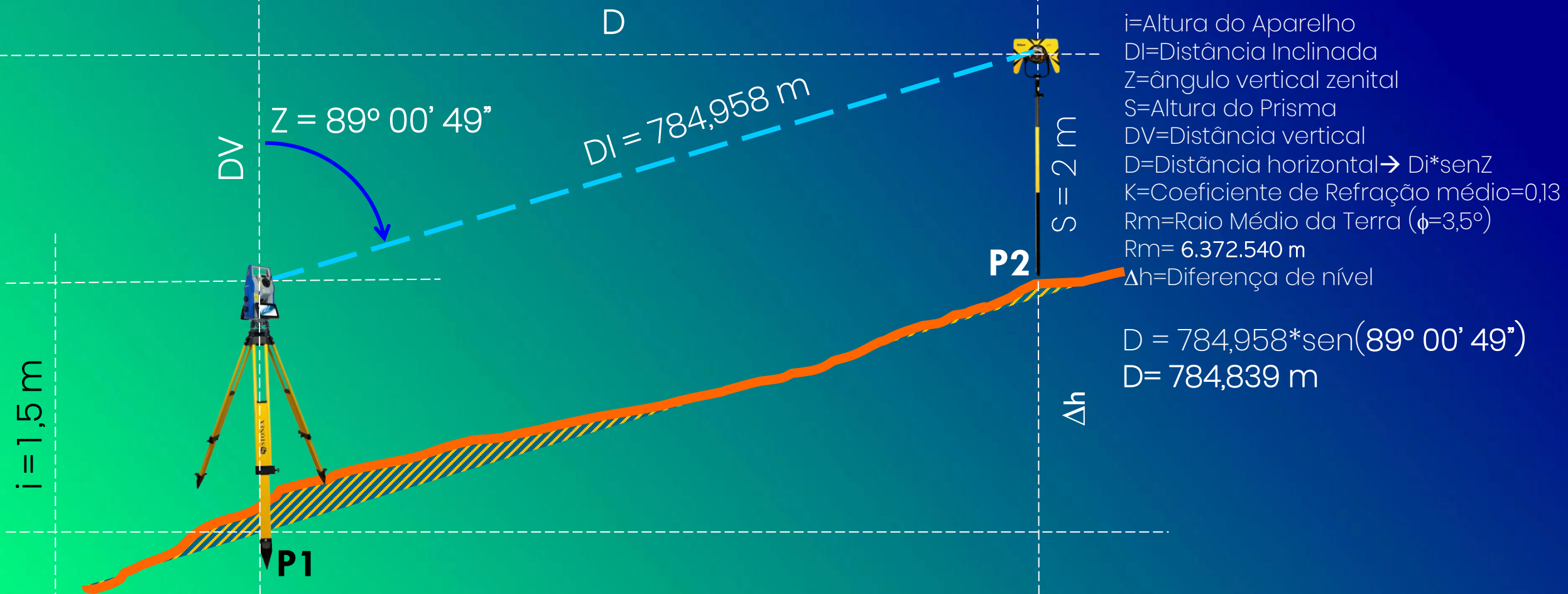
$$R_p^2 \approx 40.532.896$$

Realizando os cálculos:

$$R_m(3,5^{\circ}) = \sqrt{((40.474.894 + 150.835) / 1)} \approx \sqrt{40.625.729} \approx 6.372,54 \text{ km}$$

Portanto, o raio médio da Terra na latitude de $3,5^{\circ}$ sul é aproximadamente

$$R_m = 6.372.540 \text{ m}$$



i =Altura do Aparelho
 DI =Distância Inclinada
 Z =ângulo vertical zenital
 S =Altura do Prisma
 DV =Distância vertical
 D =Distância horizontal $\rightarrow DI \cdot \sin Z$
 K =Coeficiente de Refração médio=0,13
 R_m =Raio Médio da Terra ($\phi=3,5^\circ$)
 $R_m = 6.372.540\text{ m}$
 Δh =Diferença de nível

$$D = 784,958 \cdot \sin(89^\circ 00' 49'')$$

$$D = 784,839\text{ m}$$

$$\Delta h = \pm \left(D \times \text{Ctg} Z + \frac{1-k}{2R} \times D^2 + i - s \right) [m]$$

onde

$\frac{1-k}{2R} = 68.261 \times 10^{-12}$ é a correção devido à esfericidade e refração;

$$\Delta h = \pm (784,839 \times \text{Ctg} 89^\circ 00' 49'' + (68.261 \times 10^{-12}) \times (784,839)^2 + 1,5 - 2)$$

$$\Delta h = 13,055\text{ m (com correção)}$$

$$\Delta h = 1,5 + 13,699 - 2 = 13,199\text{ m (sem correção)}$$

CORREÇÕES

Segundo a NBR 13133/2021, para nivelamentos trigonométricos as distâncias horizontais (d_h) das poligonais do apoio topográfico devem ser transportadas ao nível de referência altimétrica do sistema de projeção adotado:

$$\Delta D = \frac{H_m - H}{R_m + H} \times d_h$$

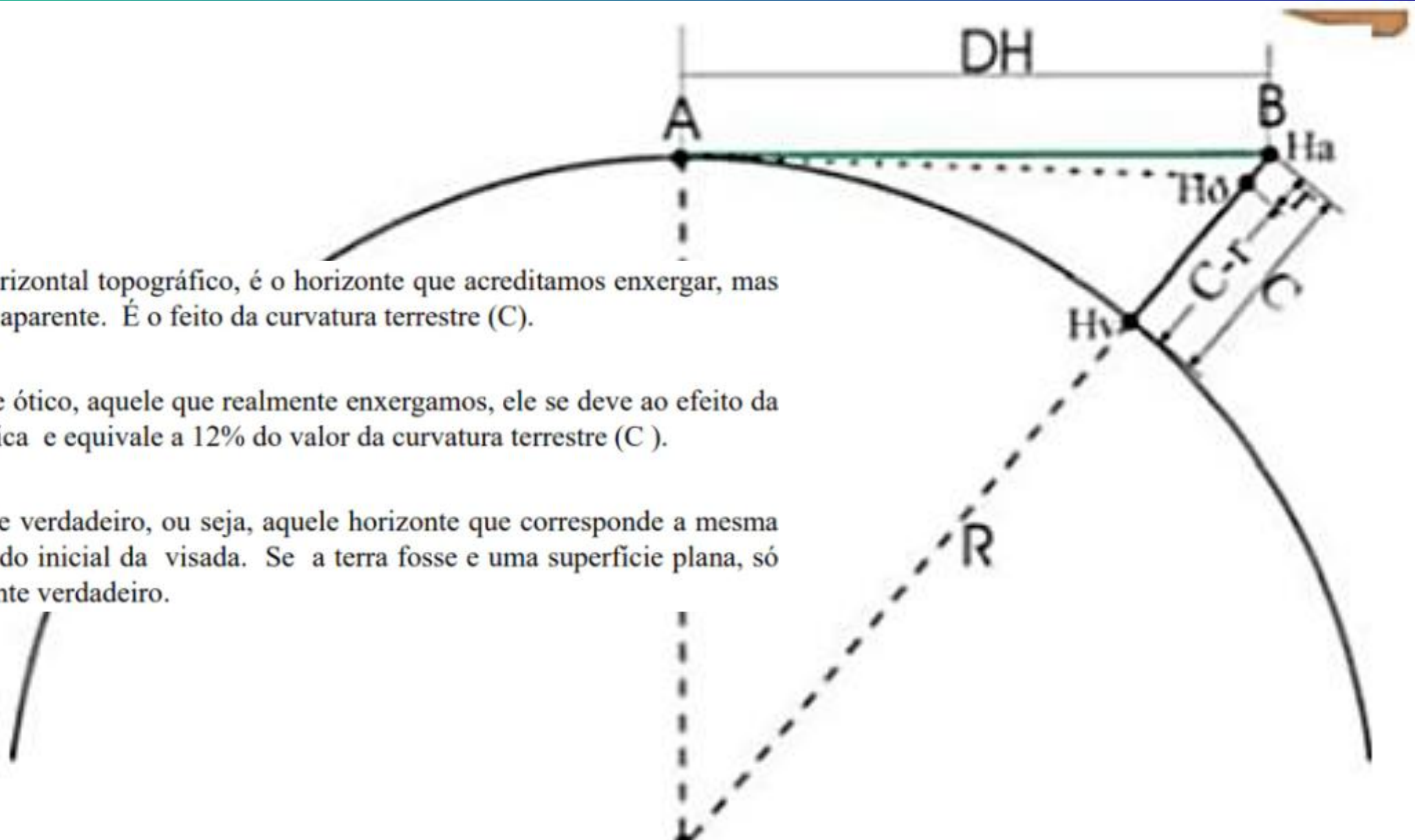


$$\Delta D = ((18 - 0) / (6372540 + 0)) \times 300 \rightarrow$$
$$\Delta D = 0,0008474\text{m ou } 0,8474\text{mm}$$

Onde:

- ΔD = é a correção a ser aplicada à distância horizontal d_h ;
- H_m = é a altitude média da distância horizontal d_h , em relação ao nível de referência altimétrica do sistema; (18m → Campus do Pici-Fortaleza)
- R_m = é o raio médio terrestre, aproximadamente igual a 6.372.540m
- H = é a altitude do nível de referência altimétrico do sistema; ($H=0$ altitude dos mares, como no caso do sistema UTM);
- D_h = é a distância horizontal medida → 300m

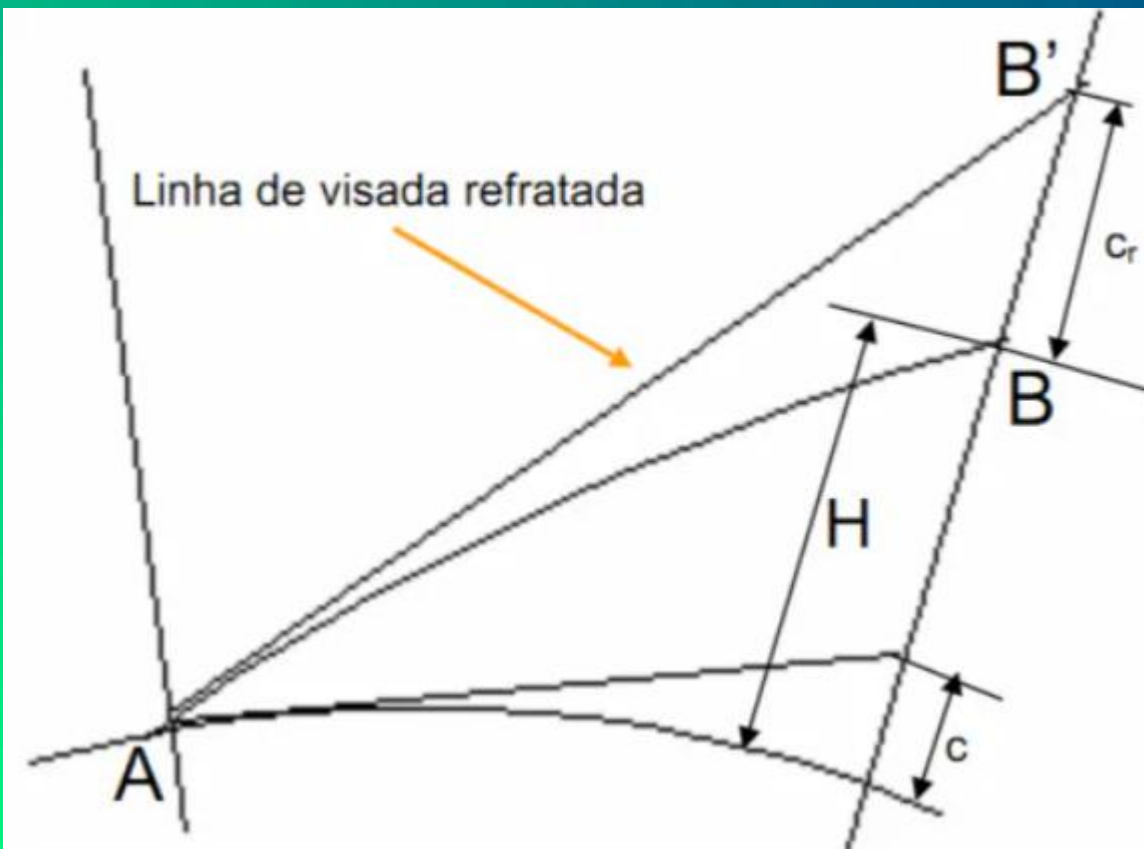
CURVATURA E REFRAÇÃO



Ha - é o plano horizontal topográfico, é o horizonte que acreditamos enxergar, mas na realidade ele é aparente. É o feito da curvatura terrestre (C).

Ho - é o horizonte ótico, aquele que realmente enxergamos, ele se deve ao efeito da refração atmosférica e equivale a 12% do valor da curvatura terrestre (C).

Hv - é o horizonte verdadeiro, ou seja, aquele horizonte que corresponde a mesma altitude do ponto do inicial da visada. Se a terra fosse e uma superfície plana, só teríamos o horizonte verdadeiro.



$$c = \frac{D^2}{2R}$$

$$c_r = \frac{kD^2}{2R}$$

R=6372KM (raio da Terra)
D=distância horizontal nivelada

$$Cota B = Cota A + i - hs + E \times tg \alpha$$

onde: $E = DH^2/2R$

e: $R = 0,12E$

EXEMPLO DE CÁLCULO:

RMÉDIO=6372KM

K=0,067

DH=100m

ALTURA DO APARELHO=1,60m

ALTURA DO PRISMA=1,55m

Z= 88°

COTA A= 25m

COTA B= 25+1,6-1,55+((100)²/(2*6372000))*Ctg 88°

Cota de B= 25+1,6-1,55+0=25,050m

(LEI DE BIOT)

EXERCÍCIO

Contexto: Uma equipe de alunos de Topografia realizou um nivelamento trigonométrico, no campus do Pici, na cidade de Fortaleza. Classe IIN (realizado com estação total e prisma, seguindo as recomendações da NBR 13133/2021.

Sabe-se que:

1. Ponto A: Ponto inicial de referência.
2. Ponto B: Ponto cujo nível queremos determinar em relação ao ponto A.
3. Distância Horizontal (D): 300 metros
4. Ângulo Vertical Zenital (Z): 86°
5. Constante do Prisma (Kp): 30 mm $\rightarrow$ 0,03m
6. Altura do Aparelho (i): 1.5 metros
7. Altura do Prisma (s): 1.7 metros
8. Altitude de A: 18 metros

$$\Delta h = \pm \left(D \times C \operatorname{tg} z + \frac{1 - k}{2R} \times D^2 + i - s \right)$$

IMPACTO DAS CORREÇÕES NA ALTITUDE:

Cálculo da Diferença de Nível Bruta

$$\Delta h_{\text{bruto}} \Rightarrow \Delta h = 20,199\text{m}$$

Cálculo da Diferença de Nível Corrigida →

$$\Delta h_{\text{corrigido}} = 20,7542\text{m}$$

Ajuste da Constante do Prisma →

$$\Delta h_{\text{ajustado}} = \Delta h_{\text{corrigido}} + K_p \rightarrow \Delta h_{\text{ajustado}} = 20,7542 + 0,03 \rightarrow 20,7572\text{m}$$

Cálculo Final da Elevação do Ponto B,

Supondo que a elevação do ponto A seja 100 metros →

Sem correções

$$18 + 20,199 - 1,5 - 1,7 = 34,999\text{m}$$

Elevação do Ponto B =

Com correções

$$18 + 20,7572 - 1,5 - 1,7 = 35,5572\text{m}$$

Mesmo havendo pouca diferença nas distâncias, há um impacto considerável nas diferenças de nível, e por conseguinte nas altitudes/cotas



QUAL DISTÂNCIA RESULTARIA EM 1 MM DE CORREÇÃO?



Correção de Curvatura da Terra (C):

$$C = D^2 / 2R$$

Correção de Refração (R):

$$R = K \times C$$

Correção Total:

$$\text{Correção Total} = C - R = C - K \times C = C \times (1 - K)$$

$$\text{Correção Total} = 0,001 \text{ metros}$$

Determinação do Raio Médio:

$$R_m(3,5^\circ) \approx 6.372.540 \text{ metros}$$

Substituição na Fórmula:

$$0,001 = C \times (1 - K)$$

$$0,001 = C \times (1 - 0,13) = C \times 0,87$$

$$C = 0,001 / 0,87 \approx 0,001149 \text{ metros}$$

Relacionando C e D:

$$C = D^2 / 2R$$

$$0,001149 = D^2 / (2 \times 6.372.540)$$

Resolvendo para D^2 :

$$D^2 = 0,001149 \times 2 \times 6.372.540$$

$$D^2 = 14.649,8654$$

Resultado:

$$D = \sqrt{14.649,8654} \approx 121 \text{ metros}$$

Ou seja, para nossa latitude ($3,5^\circ$ S), distâncias menores que 121m, resultarão em correções menores que 1mm, ou seja, desprezíveis, mas ainda há de se realizar o ajuste da constante do prisma.

COMO AS CORREÇÕES AFETAM ESSE CÁLCULO DA DISTÂNCIA REDUZIDA À HORIZONTAL?

a) Constante do prisma (CP):

- Representa o deslocamento físico entre o ponto de fixação do prisma e seu centro ótico.
- A projeção horizontal é afetada pela componente horizontal desse deslocamento:

$$CP_h = -\text{offset} \cdot \cos(Z)$$

Como $Z = 86^\circ$, $\cos(Z) \approx 0,0698$, então o impacto do offset é pequeno.

b) Refração atmosférica (CR):

- A refração **alongaria** levemente a distância medida.
- A correção é negativa:

$$CR = -0,00029 \cdot DI$$

- Como a correção é ao longo da linha de visada, sua projeção horizontal é feita com:

$$CR_h = CR \cdot \cos(Z)$$

- $DI = 300 \text{ m}$
- $Z = 86^\circ$
- $\text{Offset} = +0,03 \text{ m}$
- $\cos(86^\circ) \approx 0,0698$

Cálculo das correções horizontais:

- $CP_h = -0,03 \cdot \cos(86^\circ) \approx -0,0021 \text{ m}$
- $CR = -0,00029 \cdot 300 = -0,087$
- $CR_h = -0,087 \cdot \cos(86^\circ) \approx -0,0061 \text{ m}$

Correção total na horizontal:

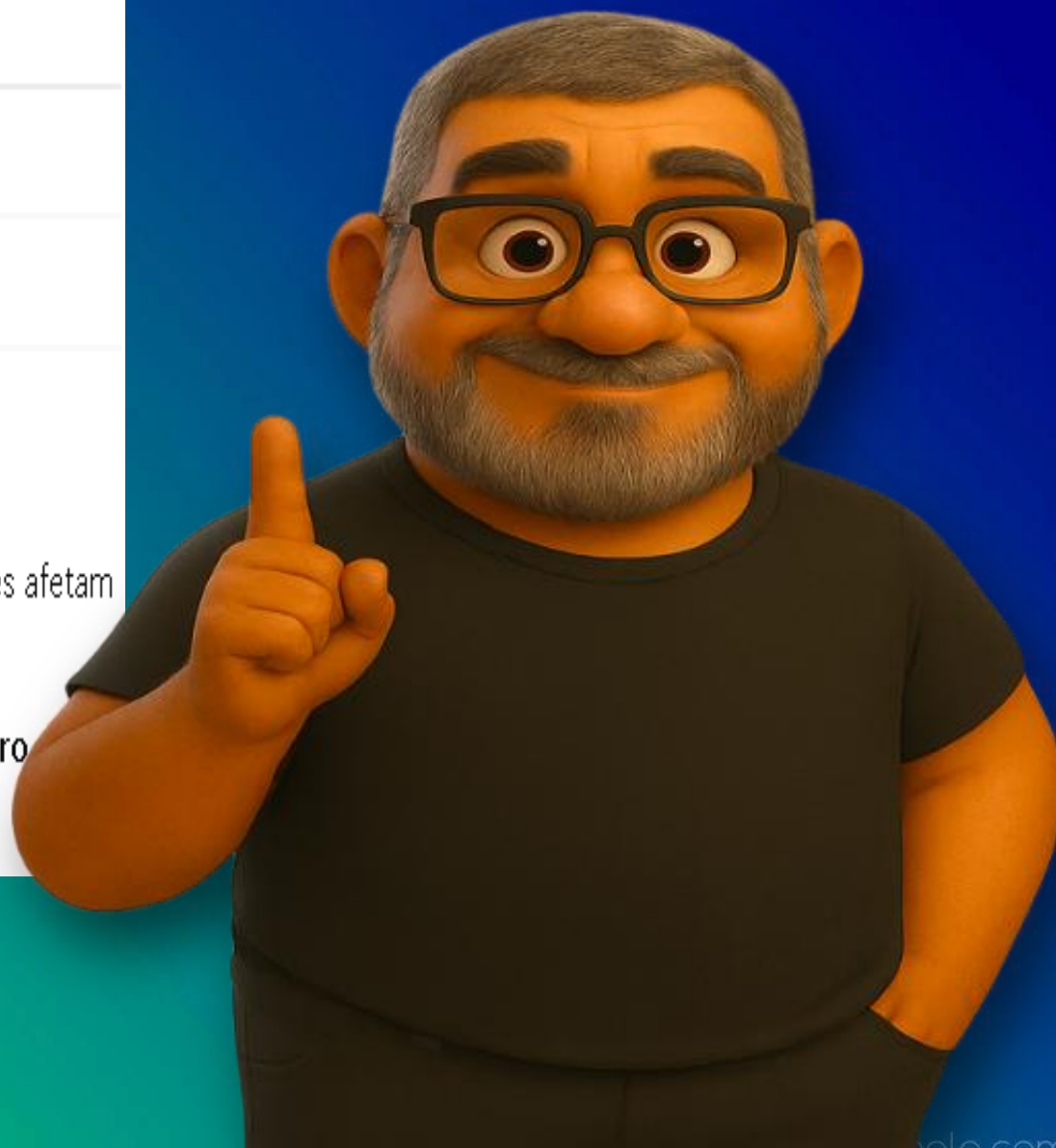
$$\text{Correção total} = CP_h + CR_h = -0,0021 - 0,0061 = \boxed{-0,0082 \text{ m}}$$

CONCLUSÕES

Correção	Projeção Horizontal	Impacto
Constante do prisma (CP)	-0,0021 m	Muito pequeno
Refração atmosférica (CR)	-0,0061 m	Pequeno
Total	-0,0082 m	Menor que 1 cm

● **Ou seja:** para distâncias de 300 m e ângulos zenitais altos (visadas quase horizontais), as correções afetam menos de 1 cm a distância horizontal.

● **Mas em grandes obras, topografia de alta precisão ou em visadas longas (> 1.000 m), esse erro acumulado pode ser significativo.**



Tema 10: Ser engenheiro: técnica e valores

Topografia Crítica

De que forma a escolha de métodos e materiais reflete não apenas competência técnica, mas também valores éticos e sociais?

“Ética é obediência ao que não é obrigatório, mas é bom, é justo e coloca o coletivo sobre o individual.”

Autor desconhecido

Deveria existir conflito entre Ética e Técnica?

Sobre Ética

- Em que situação você agiria além do exigido para beneficiar a comunidade em um projeto?
- Como balancear lucro e bem-estar coletivo sem obrigação legal?
- Qual atitude você tomaria por ser justa, mesmo sem estar em norma ou contrato?

Domínio Técnico e Normas

- Qual o papel das normas técnicas (exatidão de cálculos, tolerâncias, especificações) e da fiscalização pelo CREA?
- Você concorda que o uso de ferramentas (GNSS, SIG, BIM, AI e outras) garante precisão, mas exigem competência e espírito crítico?

TOPOGRAFIA

NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

Augusto Uchôa
LABORATÓRIO DE GEOMÁTICA APLICADA
DET/CT/UFC

