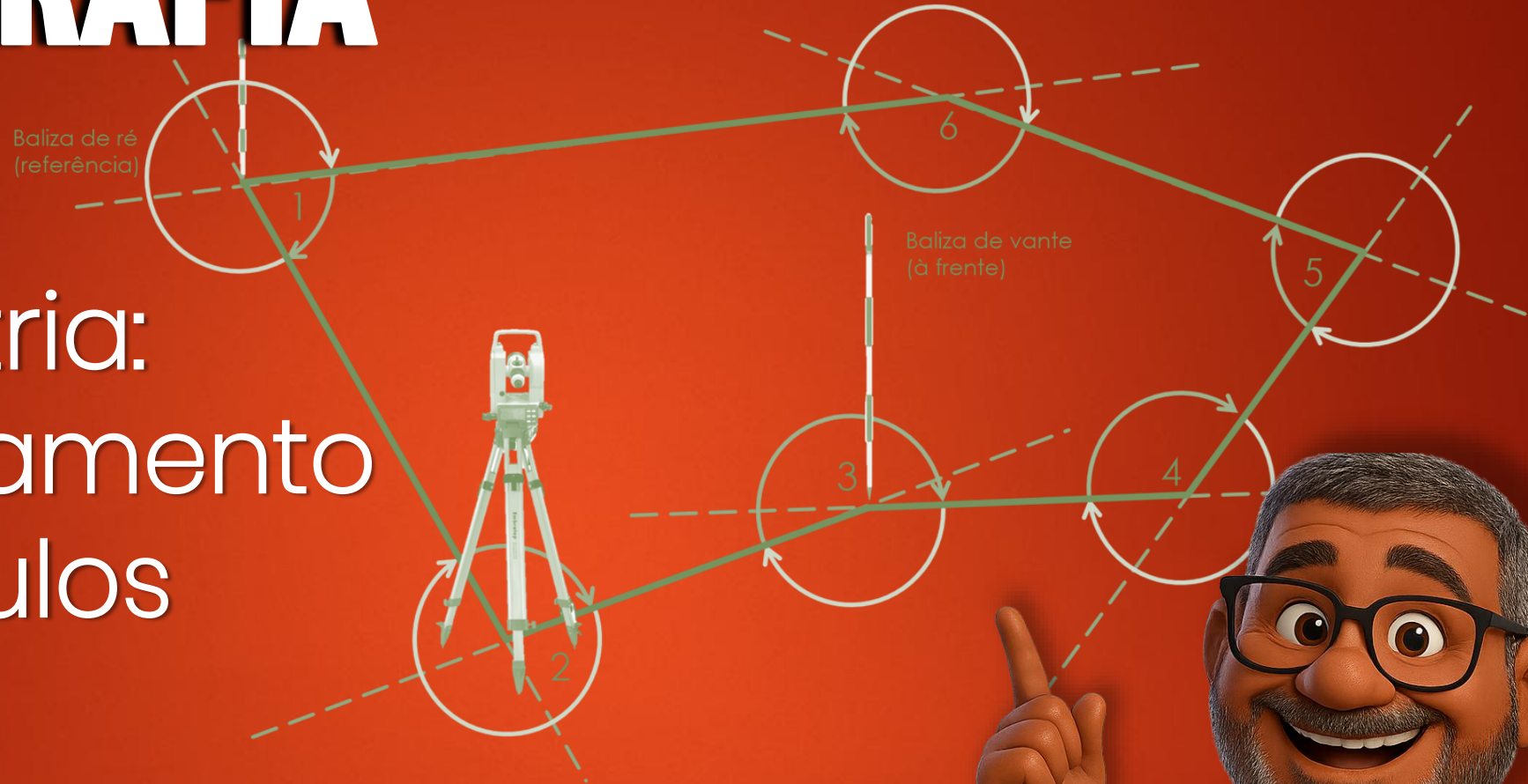


# TOPOGRAFIA

## Planimetria: Caminhamento por ângulos Horários

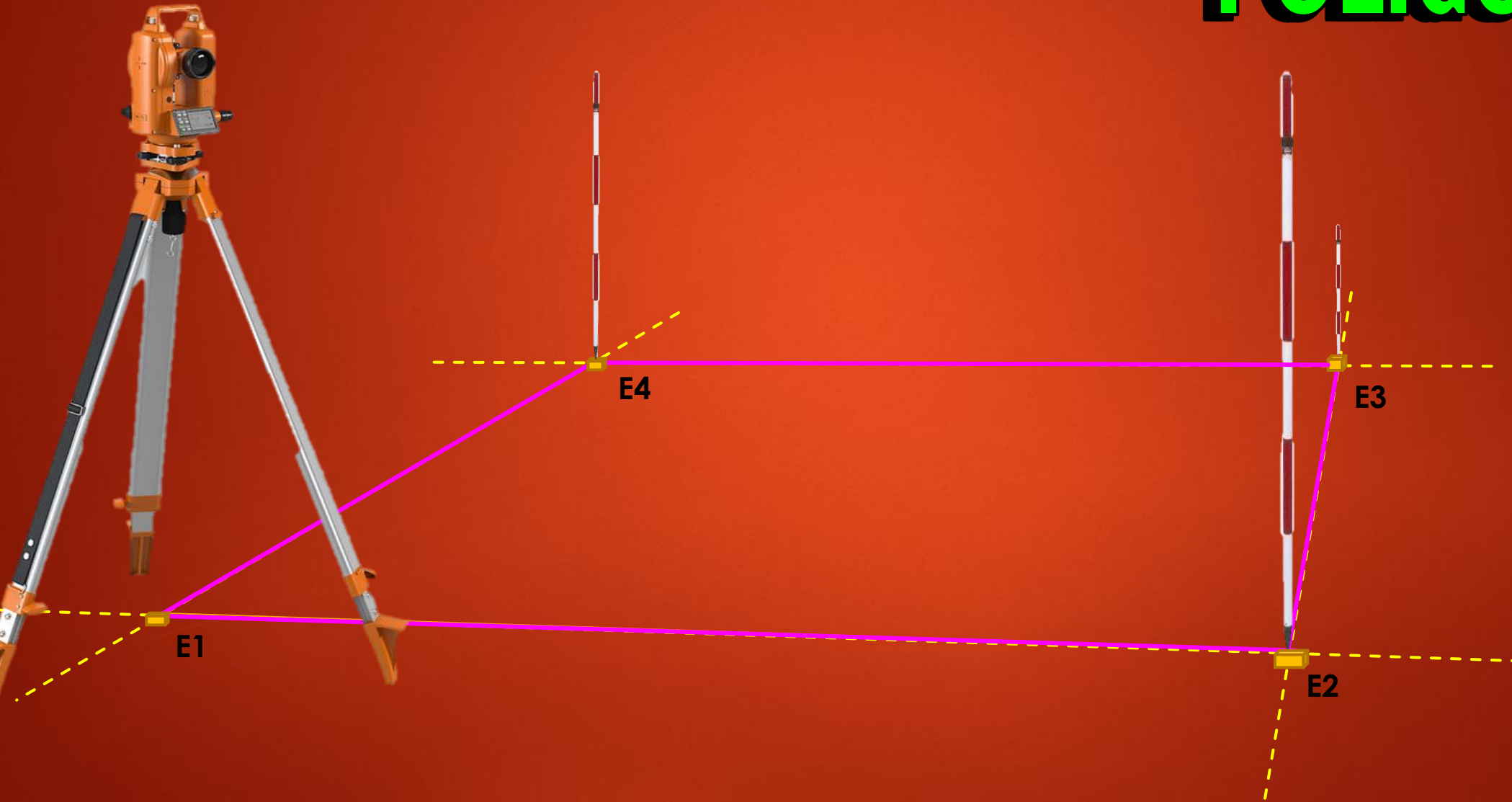
Augusto Uchôa

LABORATÓRIO DE GEOMÁTICA APLICADA  
DET/CT/UFC



# Levantamento Topográfico Planimétrico

## POLIGONAÇÃO



# POLIGONAL

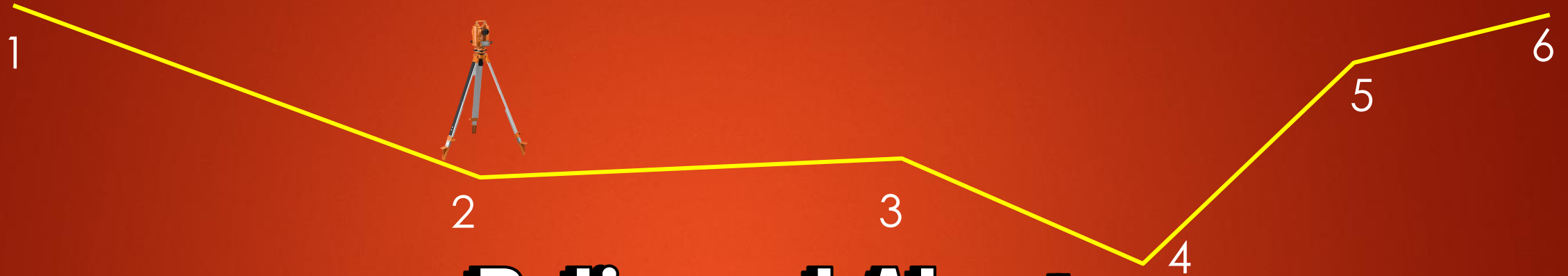
“É uma série de alinhamentos consecutivos, dos quais a extensão e a direção são medidas no campo”

A partir dos vértices da poligonal são levantados os pontos de detalhes necessários para a completa descrição da área;

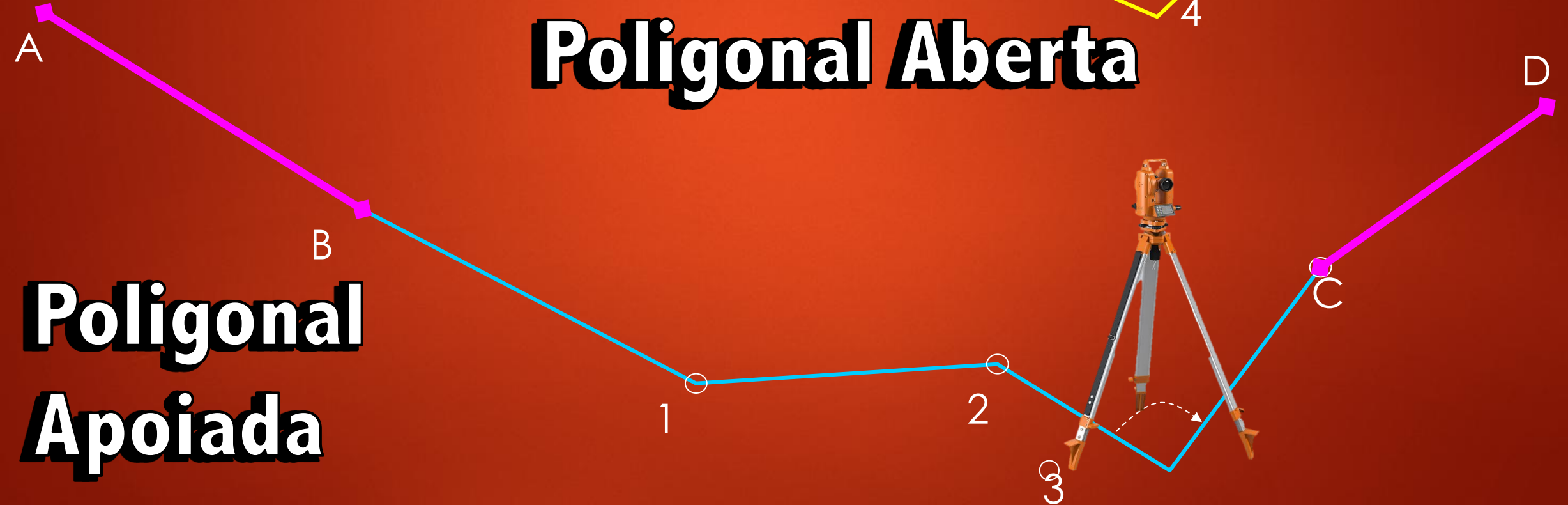
## Tipos de Poligonais:

- Poligonal Principal (PP)
- Poligonal Secundária (PS)

# GEOMETRIA DAS POLIGONAIS



**Poligonal Aberta**



**Poligonal  
Apoiada**

# Poligonal Fechada





# Caminhamento por Ângulos horários

- Caminhamento horário (1-6-5-4-3-2-1)
- Caminhamento anti-horário (1-2-3-4-5-6-1)



# Caminhamento por Ângulos de Deflexão ( $\Delta$ )



# E o “malditos” erros?



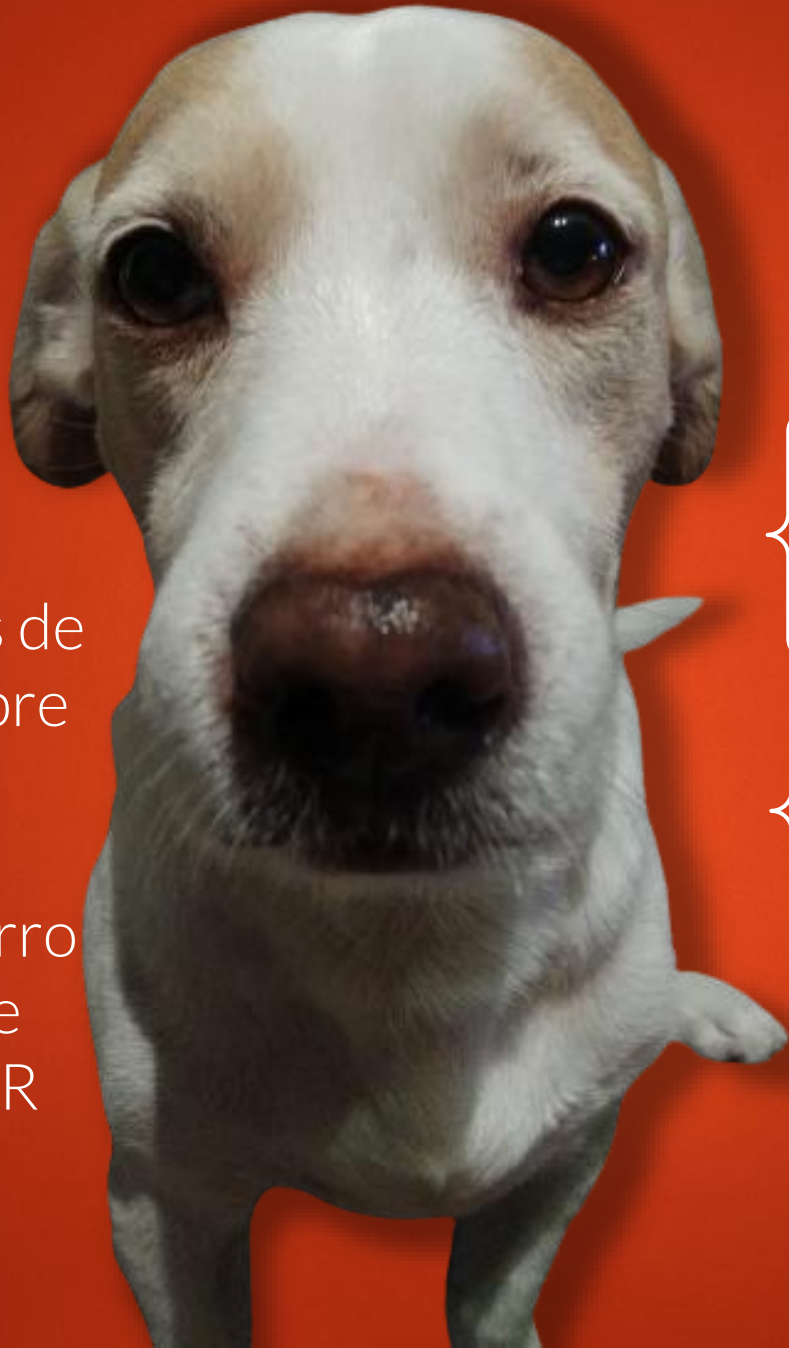
Numa poligonal, medem-se ângulos e distâncias, assim, cometem-se tanto erros angulares quanto lineares, motivo pelo qual há de encontrar formas de mensurar e corrigir esses erros se forem admissíveis (toleráveis pela norma), se forem inadmissíveis (excessivos), a poligonal deve ser refeita.

- Nota: O uso do método de Bessel, reduz consideravelmente retorno ao campo, uma vez que existem medidas superabundantes que podem apontar possíveis discrepâncias nas medidas e ainda restarem medições que possam ser usadas para encontrar o valor mais provável das grandezas medidas(ângulos e distâncias)



# Euclides pode ajudar!

Na prática, as condições de fechamento quase sempre não são atendidas, existindo uma pequena diferença chamada de erro de fechamento angular e linear. Tolerância → NBR 13133



## Erro de fechamento angular

|                                                                                                           |                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| $\left\{ \begin{array}{l} \sum ai = (n - 2).180^\circ \\ \sum ae = (n + 2).180^\circ \end{array} \right.$ | Poligonais<br>Fechadas |
| $\left\{ \begin{array}{l} \sum ah = Az_{fin} - Az_{ini} \\ \sum d = \pm 360^\circ \end{array} \right.$    |                        |
|                                                                                                           | Poligonais<br>Apoiadas |

# Erro de fechamento Linear para poligonais

$\Delta x \rightarrow$  distância \* sen Azimute

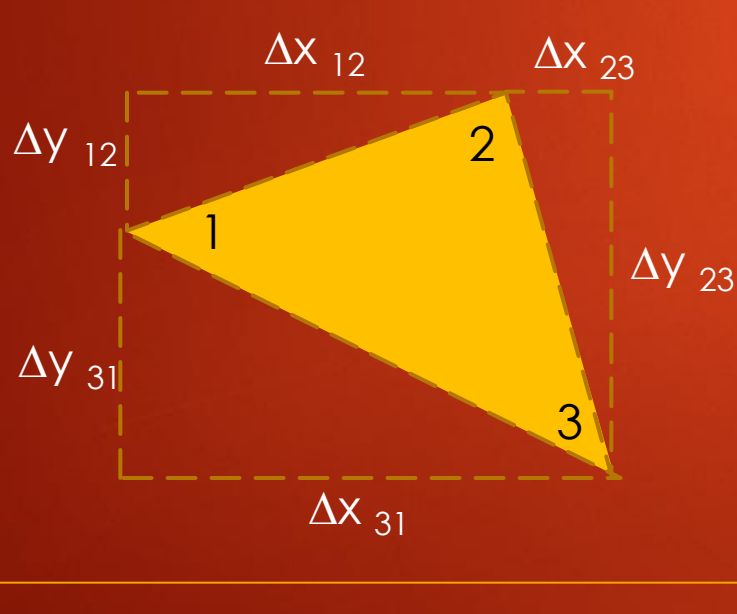
$\Delta y \rightarrow$  distância \* cos Azimute

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \Delta X_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n \Delta Y_i = 0 \end{array} \right\}$$

Poligonais  
Fechadas

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \Delta X_i = X_{fin} - X_{ini} \\ \sum_{i=1}^n \Delta Y_i = Y_{fin} - Y_{ini} \end{array} \right\}$$

Poligonais  
Apoiadas



# Vamos a nossa 1ª Poligonal!

## CONTEXTO:

Suponha que você e sua equipe de campo tenham realizado um Levantamento Topográfico Planimétrico de uma poligonal com 5 vértices, usando o método de caminamento por ângulos horários, o resultado deste levantamento encontra-se disponível na Caderneta de campo 1. Sabe-se, à priori, que o rumo do alinhamento  $R_{12} = 31^\circ 58' 50''$  SW. E que as coordenadas  $X_1=1000\text{m}$   $Y_1=1000\text{m}$  (no plano topográfico qualquer). Afim de desenvolver o projeto de uma edificação no lote levantado, pede-se determinar:



- a) um croquis do levantamento;
- b) o erro angular e a tolerância angular;
- c) caso o erro angular  $\leq$  tolerância angular, deve-se corrigir angularmente a poligonal;
- d) Os Azimutes dos alinhamentos;
- e) o erro linear, a tolerância linear e a precisão relativa da poligonal;
- f) caso o erro linear  $\leq$  tolerância linear, deve-se corrigir linearmente a poligonal;
- g) as coordenadas finais ajustadas dos vértices 2,3,4 e 5;
- h) a área da poligonal em hectares

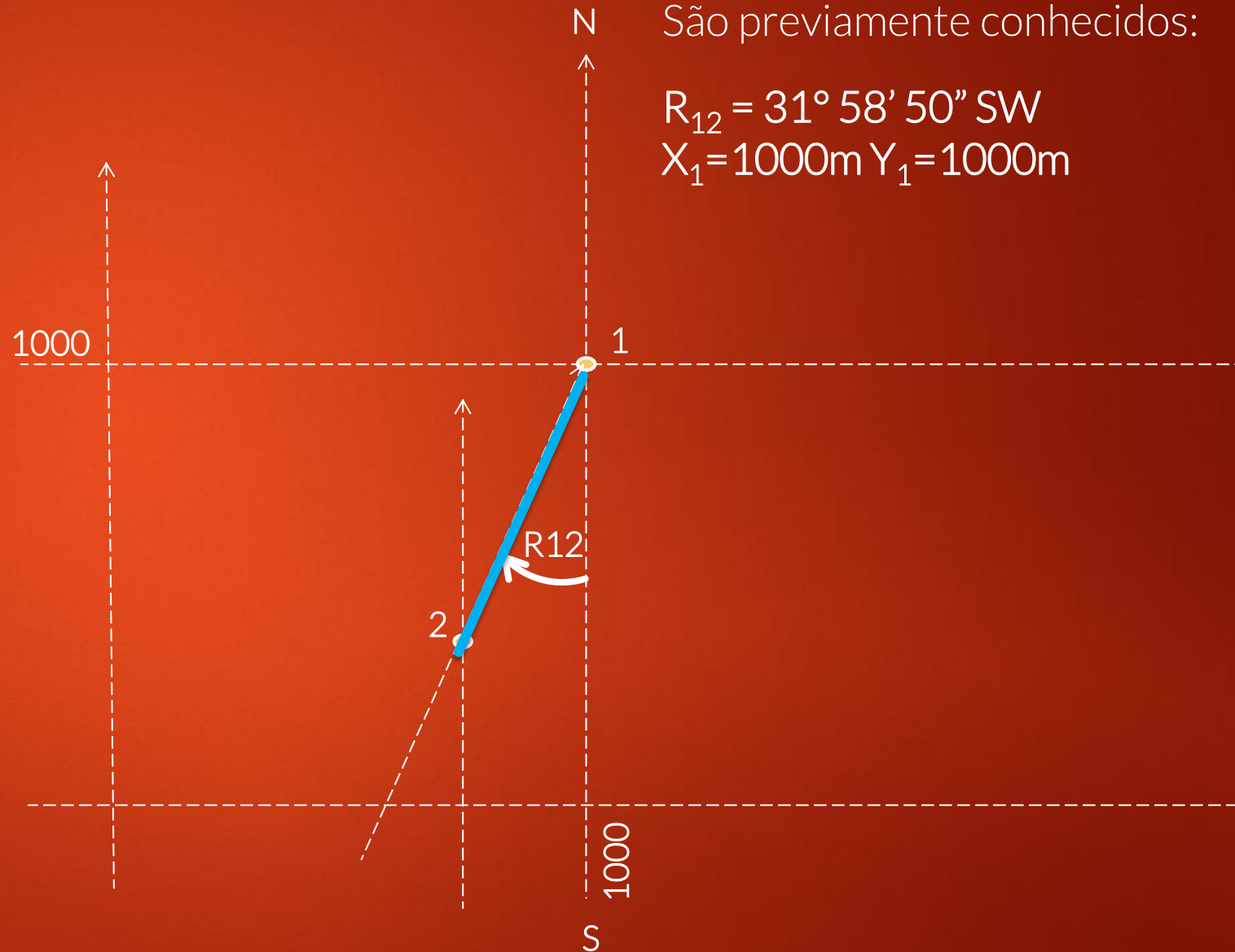
# Caderneta de Campo 1

| Vértice | Ponto Visado | Ângulo horário médio (°'") | Distância horizontal Média (m) |
|---------|--------------|----------------------------|--------------------------------|
| 1       | 5 (ré)       | 112° 00' 15"               | 147,048                        |
|         | 2 (vante)    |                            |                                |
| 2       | 1            | 75° 24' 35"                | 110,404                        |
|         | 3            |                            |                                |
| 3       | 2            | 202° 05' 05"               | 72,373                         |
|         | 4            |                            |                                |
| 4       | 3            | 56° 50' 10"                | 186,593                        |
|         | 5            |                            |                                |
| 5       | 4            | 93° 40' 20"                | 105,441                        |
|         | 1            |                            |                                |

a) um croquis do levantamento;

São previamente conhecidos:

$$R_{12} = 31^{\circ} 58' 50'' \text{ SW}$$
$$X_1 = 1000\text{m } Y_1 = 1000\text{m}$$



- Que tipo de poligonal é? Aberta, apoiada ou fechada?
- Qual método de levantamento foi usado? Ângulos horários ou deflexões?
- 1 hectare equivale a quantos m<sup>2</sup>?



# TOLERÂNCIA ANGULAR (NBR 13133/2021)

Tolerância angular ( $T\alpha$ ): considera a teoria dos erros, onde o erro máximo tolerável é aproximadamente três vezes o erro médio temível, conforme a seguinte equação:

$$T\alpha = (3 \times p \times \sqrt{n}) + 10''$$

Onde:

- $n \rightarrow$  o número de estações;
- $p \rightarrow$  é a precisão nominal para a finalidade do trabalho, sendo adotada para  $PP \leq 5''$  e para  $PS \leq 10''$
- $10''$  é uma constante adotada por medida de segurança;





# TOLERÂNCIA LINEAR (NBR 13133/2021)

“para atender a todas as finalidades de levantamentos topográficos, a tolerância mínima é de 1:12 000, entretanto, em casos especiais, deve ser adotada tolerância adequada e estabelecida em comum acordo entre o contratante e o contratado”



OU SEJA:  
A PRECISÃO  
RELATIVA DA  
POLIGONAL DEVE  
TER ERRADO NA  
MÁXIMO 1M A CADA  
12 KM (1/12000)

- Que tipo de poligonal é? Aberta, apoiada ou fechada?
- Qual método de levantamento foi usado? Ângulos horários ou deflexões?



Tolerância angular

$$T_a \leq (3 \cdot 10 \cdot \sqrt{5}) + 10'' \cong \mathbf{77''}$$

Condição de Fechamento angular:

$$\Sigma a_i = 180^\circ \cdot (n-2) \rightarrow 540^\circ 00' 00''$$

$$\Sigma a_{medidos} = 540^\circ 00' 25''$$

$$\text{Erro angular (Ea)} = 25''$$

$$\text{Tol. Angular (Ta)} = 77''$$

Ta > Ea → ótimo

Correção angular (Ca)

$$Ca = - (25'') / 5 \rightarrow -5''$$

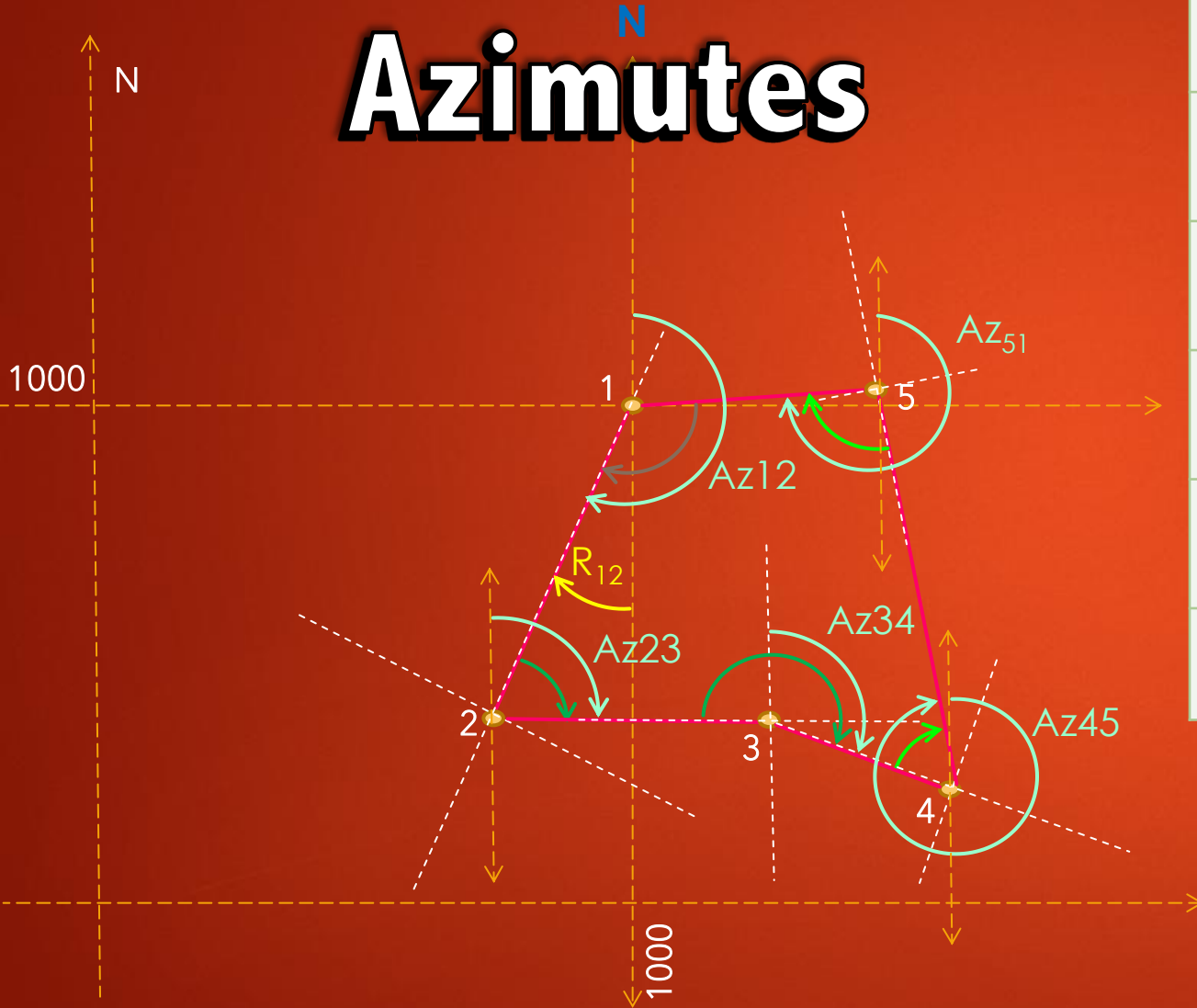
| Ângulo, horário médio             | Correção Angular | Distância horizontal Média (m)     |
|-----------------------------------|------------------|------------------------------------|
| 112° 00' 15"                      | -5               | 147,048                            |
| 75° 24' 35"                       | -5               | 110,404                            |
| 202° 05' 05"                      | -5               | 72,373                             |
| 56° 50' 10"                       | -5               | 186,593                            |
| 93° 40' 20"                       | -5               | 105,441                            |
| $\Sigma a_h = 540^\circ 00' 25''$ | -25              | $\Sigma d = L = 621,828 \text{ m}$ |

# ÂNGULOS CORRIGIDOS

| Vértice | Ponto visado | Ângulo horário médio<br>° ' " |     | Ângulo corrigido |
|---------|--------------|-------------------------------|-----|------------------|
| 1       | 5 (ré)       |                               |     | 112° 00' 10"     |
|         | 2 (vante)    | 112° 00' 15"                  | -5  |                  |
| 2       | 1            |                               |     | 75° 24' 30"      |
|         | 3            | 75° 24' 35"                   | -5  |                  |
| 3       | 2            |                               |     | 202° 05' 00"     |
|         | 4            | 202° 05' 05"                  | -5  |                  |
| 4       | 3            |                               |     | 56° 50' 05"      |
|         | 5            | 56° 50' 10"                   | -5  |                  |
| 5       | 4            |                               |     | 93° 40' 15"      |
|         | 1            | 93° 40' 20"                   | -5  |                  |
| Σ       |              | Σah= 540° 00' 25"             | -25 | 540° 00' 00"     |



# Transporte de Azimutes

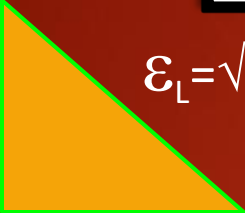


| Vértice | Ponto visado | Ângulo horário médio | CA  | Ângulo corrigido | Azimuthes |
|---------|--------------|----------------------|-----|------------------|-----------|
| 1       | 5 (ré)       |                      |     | 112° 00' 10"     |           |
|         | 2 (vante)    | 112° 00' 15"         | -5  |                  |           |
| 2       | 1            |                      |     | 75° 24' 30"      |           |
|         | 3            | 75° 24' 35"          | -5  |                  |           |
| 3       | 2            |                      |     | 202° 05' 00"     |           |
|         | 4            | 202° 05' 05"         | -5  |                  |           |
| 4       | 3            |                      |     | 56° 50' 05"      |           |
|         | 5            | 56° 50' 10"          | -5  |                  |           |
| 5       | 4            |                      |     | 93° 40' 15"      |           |
|         | 1            | 93° 40' 20"          | -5  |                  |           |
| Σ       |              | Σah= 540° 00' 25"    | -25 | 540° 00' 00"     |           |

$$\begin{aligned}
 R_{12} = 31^{\circ} 58' 50'' \text{ SW} &\rightarrow Az_{12} = R_{12} + 180^{\circ} \rightarrow 211^{\circ} 58' 50'' \\
 Az_{23} &= Az_{12} + Ah_3 \pm 180^{\circ} \rightarrow 107^{\circ} 23' 20'' \\
 Az_{34} &= Az_{23} + Ah_4 \pm 180^{\circ} \rightarrow 129^{\circ} 28' 20'' \\
 Az_{45} &= Az_{34} + Ah_5 \pm 180^{\circ} \rightarrow 06^{\circ} 18' 25'' \\
 Az_{51} &= Az_{45} + Ah_1 \pm 180^{\circ} \rightarrow 279^{\circ} 58' 40''
 \end{aligned}$$

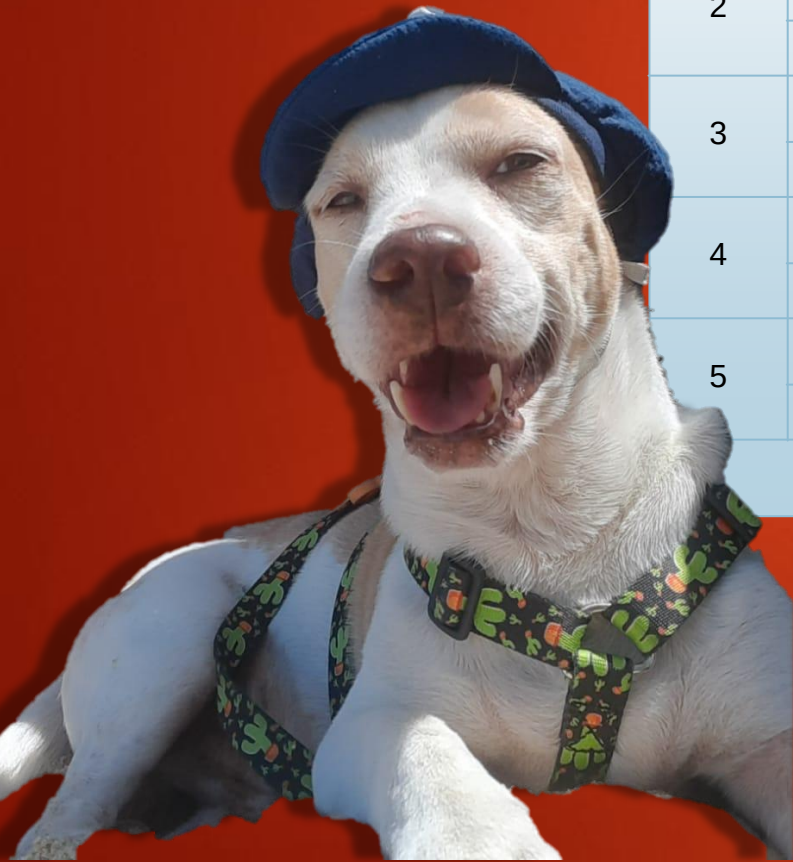


# Erro Linear / Precisão relativa


$$\varepsilon_L = \sqrt{(\varepsilon_x)^2 + (\varepsilon_y)^2}$$
$$\varepsilon_L = \sqrt{(-0,021)^2 + (-0,016)^2} \rightarrow 0,026\text{m}$$

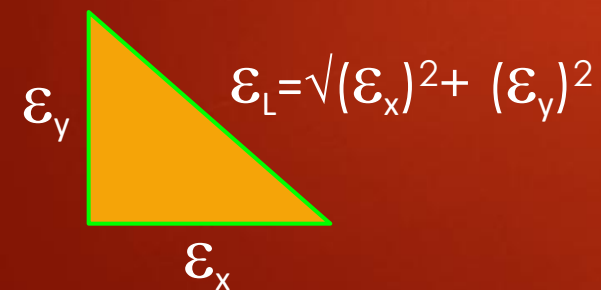
| Vértice  | Ponto visado | Ângulo horário médio | Ca  | Ângulo corrigido | Distância horizontal média | Azimutes     | Projeções                |                          |
|----------|--------------|----------------------|-----|------------------|----------------------------|--------------|--------------------------|--------------------------|
|          |              |                      |     |                  |                            |              | $\Delta x$               | $\Delta y$               |
| 1        | 5 (ré)       |                      |     | 112° 00' 10"     | 147,048                    | 211° 58' 50" | -77,887                  | -124,739                 |
|          | 2 (vante)    | 112° 00' 15"         | -5  |                  |                            |              |                          |                          |
| 2        | 1            |                      |     | 75° 24' 30"      | 110,404                    | 107° 23' 20" | 105,358                  | -32,995                  |
|          | 3            | 75° 24' 35"          | -5  |                  |                            |              |                          |                          |
| 3        | 2            |                      |     | 202° 05' 00"     | 72,373                     | 129° 28' 20" | 55,866                   | -46,007                  |
|          | 4            | 202° 05' 05"         | -5  |                  |                            |              |                          |                          |
| 4        | 3            |                      |     | 56° 50' 05"      | 186,593                    | 06° 18' 25"  | 20,497                   | 185,454                  |
|          | 5            | 56° 50' 10"          | -5  |                  |                            |              |                          |                          |
| 5        | 4            |                      |     | 93° 40' 15"      | 105,441                    | 279° 58' 40" | 103,856                  | 18,271                   |
|          | 1            | 93° 40' 20"          | -5  |                  |                            |              |                          |                          |
| $\Sigma$ |              | 540° 00' 25"         | -25 | 540° 00' 00"     | 621,828                    |              | $\varepsilon_x = -0,021$ | $\varepsilon_y = -0,016$ |

$P_R = 0,026 / 621,828 \rightarrow 1 : 23.685 \rightarrow 1 / 24.000$  ou ainda 1m a cada 24km



# Erro Linear / Precisão relativa

| Vértice  | Ponto visado | Ângulo horário médio | Ca  | Ângulo corrigido | Distância horizontal média | Azimutes     | Projeções             |                       | Correções |       | Projeções corrigidas |               |
|----------|--------------|----------------------|-----|------------------|----------------------------|--------------|-----------------------|-----------------------|-----------|-------|----------------------|---------------|
|          |              |                      |     |                  |                            |              | $\Delta_x$            | $\Delta_y$            | $C_x$     | $C_y$ | $\Delta_{xc}$        | $\Delta_{yc}$ |
| 1        | 5 (ré)       |                      |     | 112° 00' 10"     | 147,048                    | 211° 58' 50" | -77,887               | -124,739              | 0,005     | 0,004 | -77,882              | -124,735      |
|          | 2 (vante)    | 112° 00' 15"         | -5  |                  |                            |              |                       |                       |           |       |                      |               |
| 2        | 1            |                      |     | 75° 24' 30"      | 110,404                    | 107° 23' 20" | 105,358               | -32,995               | 0,004     | 0,003 | 105,362              | -32,992       |
|          | 3            | 75° 24' 35"          | -5  |                  |                            |              |                       |                       |           |       |                      |               |
| 3        | 2            |                      |     | 202° 05' 00"     | 72,373                     | 129° 28' 20" | 55,866                | -46,007               | 0,0025    | 0,002 | 55,869               | -46,005       |
|          | 4            | 202° 05' 05"         | -5  |                  |                            |              |                       |                       |           |       |                      |               |
| 4        | 3            |                      |     | 56° 50' 05"      | 186,593                    | 06° 18' 25"  | 20,497                | 185,454               | 0,006     | 0,005 | 20,503               | 185,459       |
|          | 5            | 56° 50' 10"          | -5  |                  |                            |              |                       |                       |           |       |                      |               |
| 5        | 4            |                      |     | 93° 40' 15"      | 105,441                    | 279° 58' 40" | 103,856               | 18,271                | 0,0035    | 0,002 | -103,852             | 18,273        |
|          | 1            | 93° 40' 20"          | -5  |                  |                            |              |                       |                       |           |       |                      |               |
| $\Sigma$ |              | 540° 00' 25"         | -25 | 540° 00' 00"     | P=621,828                  |              | $\epsilon x = -0,021$ | $\epsilon y = -0,016$ | 0,021     | 0,016 | 0,000                | 0,000         |



$$\epsilon_L = \sqrt{(-0,021)^2 + (-0,016)^2} \rightarrow 0,026m$$

$P_R = 0,026 / 621,828 \rightarrow 1 : 23.685 \rightarrow 1 / 24.000$  ou ainda 1m a cada 24km

$$C_x = - (\epsilon_x) \cdot d / P$$

$$C_y = - (\epsilon_y) \cdot d / P$$



# Coordenadas Finais ajustadas

| Vértice  | Ponto visado | Ângulo horário médio<br>° ' " | Ca  | Ângulo corrigido | Distância horizontal média | Azimutes     | Projeções           |                     | Correções |       | Projeções corrigidas |               | Coordenadas Finais |         |
|----------|--------------|-------------------------------|-----|------------------|----------------------------|--------------|---------------------|---------------------|-----------|-------|----------------------|---------------|--------------------|---------|
|          |              |                               |     |                  |                            |              | $\Delta_x$          | $\Delta_y$          | $C_x$     | $C_y$ | $\Delta_{xc}$        | $\Delta_{yc}$ | X                  | Y       |
| 1        | 5 (ré)       |                               |     | 112° 00' 10"     | 147,048                    | 211° 58' 50" | -77,887             | -124,739            | 0,005     | 0,004 | -77,882              | -124,735      | 1000               | 1000    |
|          | 2 (vante)    | 112° 00' 15"                  | -5  |                  |                            |              |                     |                     |           |       |                      |               |                    |         |
| 2        | 1            |                               |     | 75° 24' 30"      | 110,404                    | 107° 23' 20" | 105,358             | -32,995             | 0,004     | 0,003 | 105,362              | -32,992       | 922,118            | 875,265 |
|          | 3            | 75° 24' 35"                   | -5  |                  |                            |              |                     |                     |           |       |                      |               |                    |         |
| 3        | 2            |                               |     | 202° 05'00"      | 72,373                     | 129° 28' 20" | 55,866              | -46,007             | 0,0025    | 0,002 | 55,869               | -46,005       | 1027,480           | 842,273 |
|          | 4            | 202° 05'05"                   | -5  |                  |                            |              |                     |                     |           |       |                      |               |                    |         |
| 4        | 3            |                               |     | 56° 50'05"       | 186,593                    | 06° 18' 25"  | 20,497              | 185,454             | 0,006     | 0,005 | 20,503               | 185,459       | 1083,349           | 796,268 |
|          | 5            | 56° 50'10"                    | -5  |                  |                            |              |                     |                     |           |       |                      |               |                    |         |
| 5        | 4            |                               |     | 93° 40'15"       | 105,441                    | 279° 58' 40" | 103,856             | 18,271              | 0,0035    | 0,002 | -103,852             | 18,273        | 1103,852           | 981,727 |
|          | 1            | 93° 40'20"                    | -5  |                  |                            |              |                     |                     |           |       |                      |               |                    |         |
| $\Sigma$ |              | 540° 00'25"                   | -25 | 540° 00' 00"     | P=621,82<br>8              |              | $\epsilon x=-0,021$ | $\epsilon y=-0,016$ | 0,021     | 0,016 | 0,000                | 0,000         | 1000               | 1000    |

# Avaliação de Áreas

Na topografia quase sempre trabalhamos com pequenas partes da superfície terrestre e a área a ser calculada é sempre a sua projeção no plano topográfico. A pergunta é: Qual método usar?

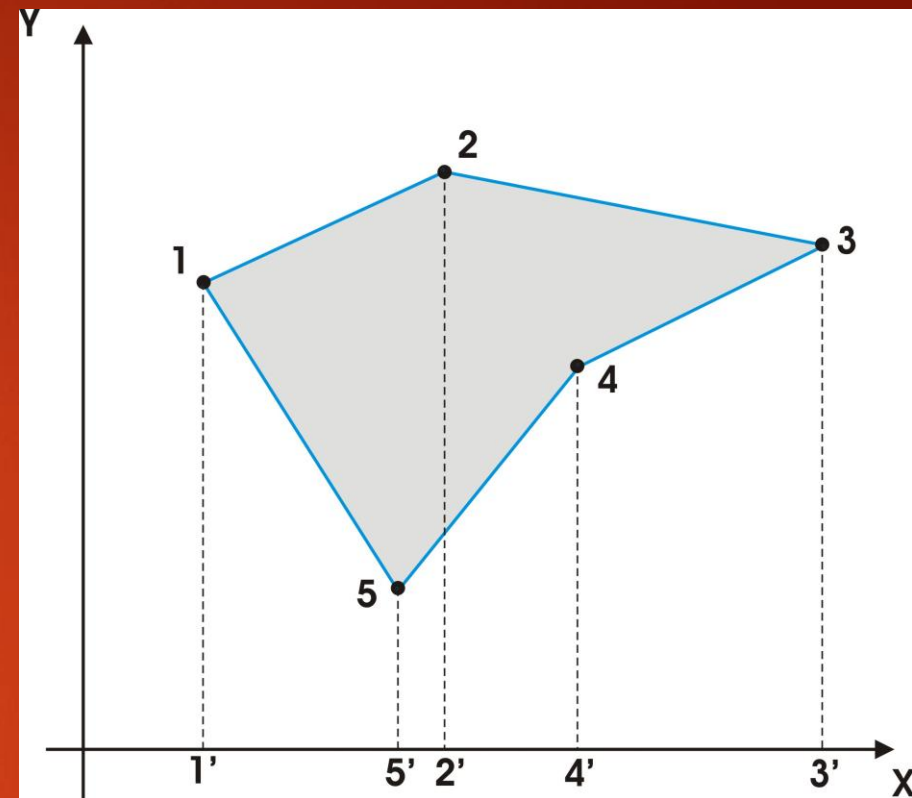




# Avaliação de Áreas

Cálculo analítico da área a partir das coordenadas cartesianas dos vértices.

A área do polígono (1-2-3-4-5-1) pode ser calculada por:



$$\text{ÁREA}_{(12345)} = \text{ÁREA}_{(122'1')} + \text{ÁREA}_{(233'2')} - \text{ÁREA}_{(155'1')} - \text{ÁREA}_{(544'5')} - \text{ÁREA}_{(433'4')}$$

Generalizando para um polígono de n lados:

$$\text{ÁREA} = \frac{1}{2} [(y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + \dots + (y_{n-1} + y_n)(x_n - x_{n-1}) + (y_n + y_1)(x_1 - x_n)]$$

# Avaliação de Áreas

fórmula de Gauss e calcula a área de qualquer polígono a partir das coordenadas cartesianas dos seus “n” vértices

$$ÁREA = \frac{1}{2} [(y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + \dots + (y_{n-1} + y_n)(x_n - x_{n-1}) + (y_n + y_1)(x_1 - x_n)]$$

$$2(ÁREA) = X_2Y_1 - X_1Y_2 + X_3Y_2 - X_2Y_3 + X_4Y_3 - X_3Y_4 + X_5Y_4 - X_4Y_5 + X_1Y_5 - X_5Y_1$$

| X     | Y     | (+)                                      | (-)        |
|-------|-------|------------------------------------------|------------|
| $x_1$ | $y_1$ | $x_2y_1$                                 |            |
| $x_2$ | $y_2$ | $x_3y_2$                                 | $x_1y_2$   |
| $x_3$ | $y_3$ | $x_4y_3$                                 | $x_2y_3$   |
| $x_4$ | $y_4$ | $x_5y_4$                                 | $x_3y_4$   |
| $x_5$ | $y_5$ | $x_1y_5$                                 | $x_4y_5$   |
| $x_1$ | $y_1$ |                                          | $x_5y_1$   |
|       |       | $\Sigma +$                               | $\Sigma -$ |
|       |       | $ÁREA = \frac{\Sigma(+) + \Sigma(-)}{2}$ |            |

## Dispositivo prático:

dispõe-se as coordenadas dos pontos em duas colunas X e Y como apresentado na figura. As coordenadas do primeiro ponto devem ser repetidas no final. Os produtos indicados pelas setas ascendentes (linha contínua) recebem o sinal (+) e os indicados pelas setas descendentes (linha tracejada) recebem o sinal (-). A soma algébrica dos produtos ascendentes e descendentes dividido por 2 fornecerá a área do polígono.

# Exemplo numérico

| PONTO    | X (m)  | Y (m)  | $X_n.Y_{(n-1)} (+)$                                                             | $X_n.Y_{(n+1)} (-)$ |
|----------|--------|--------|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 1        | 137.69 | 206.88 | 53203.3296                                                                      |                     |
| 2        | 257.17 | 261.88 | 116832.524                                                                      | -36058.2572         |
| 3        | 446.13 | 225.5  | 73086.805                                                                       | -57991.835          |
| 4        | 324.11 | 165.42 | 38756.2518                                                                      | -73798.8246         |
| 5        | 234.29 | 54.57  | 7513.7433                                                                       | -17686.6827         |
| 1        | 137.69 | 206.88 |                                                                                 | -48469.9152         |
|          |        |        |                                                                                 |                     |
| $\Sigma$ |        |        | 289392.65                                                                       | -234005.51          |
| ÁREA     |        |        | $(289392.65 + (-234005.51)) / 2 =$<br><b>27693.57 m<sup>2</sup> = 27,694 ha</b> |                     |

# Atividade Avaliativa

## CONTEXTO:

Suponha que você e sua equipe de campo tenham realizado um Levantamento Topográfico Planimétrico de uma poligonal com 5 vértices, usando o método de caminhamento por ângulos horários, o resultado deste levantamento encontra-se disponível na Caderneta de campo 1. Sabe-se, à priori, que o rumo do alinhamento  $R_{12} = 31^\circ 58' 50''$  SW. E que as coordenadas  $X_1=1000\text{m}$   $Y_1=1000\text{m}$  (no plano topográfico qualquer). Afim de desenvolver o projeto de uma edificação no lote levantado, pede-se determinar:

Para fixar o aprendizado, use o mesmo exemplo fornecido em sala de aula para recalcular a poligonal fechada de 5 vértices, sugere-se usar uma planilha excel para realização dos cálculos.

- a) um croquis do levantamento;
- b) o erro angular e a tolerância angular;
- c) caso o erro angular  $\leq$  tolerância angular, deve-se corrigir angularmente a poligonal;
- d) Os Azimutes dos alinhamentos;
- e) o erro linear, a tolerância linear e a precisão relativa da poligonal;
- f) caso o erro linear  $\leq$  tolerância linear, deve-se corrigir linearmente a poligonal;
- g) as coordenadas finais ajustadas dos vértices 2,3,4 e 5;
- h) a área da poligonal em hectares



# Topografia

## Crítica



# Tema 5: Quando o povo se junta por mudança

‘O território é produto das lutas de quem o habita.  
E quando o povo se junta, o espaço muda’

## O que leva o povo à luta?

- Falta de moradia, água, transporte, educação.
- Desigualdade no acesso à cidade.
- Silenciamento de vozes periféricas.

## O que nasce da união?

- Ocupações urbanas, comunidades, bairros.
- Redes de solidariedade e resistência.
- Conquistas por direitos: regularização, infraestrutura, serviços.

# O que a Topografia tem a ver com isso?

Como a engenharia pode apoiar as lutas do povo por território justo?

1. Mapeia o território em disputa.
2. Apoia a luta por reconhecimento e justiça.
3. Dá visibilidade às vozes que a cidade tentou apagar.